

Modelos empíricos de competencia cultivo-mala hierba. Revisión Bibliográfica

D.A. Jamaica-Tenjo^{1,*} y J.L. González-Andújar²

¹ Facultad de Ciencias Agrarias, Universidad Nacional de Colombia, Carrera 30, N° 45-03, Ed. 500, Bogotá, Colombia

² Instituto de Agricultura Sostenible (CSIC), Avda. Menéndez Pidal s/n, 14004, Córdoba, España

Resumen

Las malas hierbas son consideradas uno de los mayores problemas en la agricultura, ya que compiten con los cultivos por agua, nutrientes, luz y espacio, reduciendo sustancialmente su rendimiento. Desde un punto de vista práctico es de suma importancia poder predecir el efecto de las malas hierbas sobre el rendimiento del cultivo. Para ello se han desarrollado modelos empíricos de competencia que relacionan la pérdida del rendimiento como respuesta a la densidad o biomasa de las malas hierbas. En este trabajo se presenta una revisión de estos modelos y sus limitaciones, desde los modelos lineales, los no lineales entre los cuales se encuentra el más usado, el modelo hiperbólico, hasta propuestas recientes de modelos que pueden ser utilizados para mejorar el entendimiento de la competencia cultivo-malas hierbas en un contexto espacial.

Palabras clave: Arvenses, interferencia, lineales, no lineales, hiperbólicos, econometría espacial.

Empirical models of weed-crop competition. Review

Abstract

Weeds are considered one of the biggest problems in agriculture, as they compete with crops for water, nutrients, light and space, substantially reducing their yield. From a practical point of view, it is very important to predict the effect of weeds on crop yield. To this end, empirical models of weed-crop competition have been developed that relate the loss of yield as a response to the density or biomass of weeds. This paper presents a review of these models and their limitations, from the linear models, the nonlinear models among which is the most used, the hyperbolic model, to recent proposals of models that can be used to improve the understanding of the crop-weed competition in a spatial context.

Keywords: Interference, linear, nonlinear, hyperbolic, spatial econometrics.

Introducción

Las malas hierbas son consideradas uno de los mayores problemas en la agricultura, ya que compiten con los cultivos por agua, nutrientes, luz y espacio, reduciendo su rendi-

miento (Labrada *et al.*, 1996). Globalmente se estima que reducen la producción un 34% (Oerke, 2006), con algunos casos de cultivos en el que las pérdidas pueden ser hasta del 100% (Zimdahl, 2007).

* Autor para correspondencia: dajamaicat@gmail.com

La competencia maleza-cultivo ha sido definida de diferentes formas y desde diferentes perspectivas: (1) dos plantas que comparten nicho compiten cuando los recursos que ambas necesitan son limitados (Radosevich *et al.*, 2007) (2) la reacción de una planta a los factores abióticos del entorno y a su vez, en cómo estos factores que han sido modificados afectan a otra planta adyacente (Clements *et al.*, 1929), (3) la afectación del crecimiento de una planta ocasionada por el tamaño y la proximidad de sus vecinas (Gomez y Gomez, 1984).

El conocimiento de la medida en que una infestación de malas hierbas reduce el rendimiento de los cultivos es esencial para tomar decisiones adecuadas sobre si una estrategia de control está económicamente justificada y poder anticipar futuros problemas (Renton y Chauhan, 2017). Además de esta justificación económica, también podría contribuir al establecimiento de estrategias integradas de gestión de malas hierbas que reduzcan la aplicación de herbicidas y el riesgo de desarrollo de resistencias. Por ello es de suma importancia poder predecir el rendimiento del cultivo o su reducción ocasionada por las malas hierbas. Con este objetivo se ha acudido a la modelización, adoptando dos aproximaciones. Por un lado, una aproximación mecanicista, en la cual los modelos buscan interpretar los fenómenos desde los mecanismos biológicos o fisiológicos que los causan (Kropff and van Laar, 1993; Deen *et al.*, 2003). Sin embargo, estos modelos requieren no solo una gran cantidad de datos, sino también la estimación de una gran cantidad de parámetros biológicos (Holst *et al.*, 2007) lo que hace que sean difíciles de aplicar.

Por otro lado, se han desarrollado modelos empíricos (o descriptivos) de competencia (Swanton *et al.*, 2015) que relacionan la pérdida del rendimiento como respuesta a la densidad o biomasa de las malas hierbas (Rej-

mánek *et al.*, 1989) que, aunque no profundizan acerca de los mecanismos que los ocasionan, requieren poca información por lo que son fáciles de obtener y tienen una aceptable capacidad predictiva. Por ello son los modelos más utilizados para establecer la respuesta del cultivo a las malas hierbas (González-Andújar *et al.*, 2016) y suelen incluirse en modelos bioeconómicos (Torra *et al.*, 2010; González-Díaz *et al.*, 2015) para formar sistemas de ayuda a la toma de decisiones (González-Andújar *et al.*, 2011).

El objetivo de este documento es realizar una revisión no exhaustiva de los modelos empíricos desarrollados a lo largo de las últimas décadas para el estudio de la competencia de las malas hierbas con el cultivo y sus limitaciones. También se exponen algunos potenciales desarrollos para mejorar su capacidad predictiva.

Los modelos empíricos de competencia

Los modelos que utilizan la densidad, biomasa o área foliar de malas hierbas como variables explicativas del rendimiento o la reducción del mismo se han utilizado con profusión en Malherbología (Zimdahl, 2004). Estos sencillos modelos han servido para dar pautas de actuación en apoyo de la investigación y del manejo.

A continuación se exponen los distintos tipos de modelos empíricos que se han desarrollado a lo largo de las últimas décadas, desde los lineales a los no lineales, de los cuales la hipérbola rectangular sigue siendo el más usado actualmente. Se terminará con la exposición de nuevos tipos de modelos que pueden suponer un importante avance en el modelado de la relación competitiva entre el cultivo y las malas hierbas.

Modelos de regresión lineal

Los modelos de regresión lineal son los más sencillos para cuantificar el rendimiento del cultivo o pérdida de rendimiento (Y) (ej. kg ha⁻¹) como función de la densidad (x) (ej. plantas m⁻²) o biomasa (ej. gr m⁻²) de las malas hierbas, asumiendo la competencia del cultivo con una sola especie de mala hierba y la sincronización de la emergencia de las mala hierbas y el cultivo (O'Donovan et al., 1985).

Estos modelos son formas particulares o extensiones del modelo general,

$$Y = a + bx^d \tag{1}$$

donde *a* es el rendimiento en ausencia de la mala hierba, *b* es la pendiente (negativa), que indica cuán importante es el incremento de la densidad de las malas hierbas sobre el rendimiento del cultivo, *d* es un parámetro de curvatura (ver Tabla 1 para una definición de todos los componentes de los modelos definidos en el artículo).

Uno de los primeros modelos que se establecieron fue una regresión lineal simple (*d* = 1 en Eq. 1) (Dew, 1972):

$$Y = a + bx \tag{2}$$

El mismo autor comenta que la variable *x* debe ser transformada a $\sqrt{x}$ (*d* = 1/2 en Eq. 1), ya que con esta transformación el modelo se ajusta mejor a los datos, dando como resultado el siguiente modelo:

$$Y = a + b\sqrt{x} \tag{3}$$

Como ejemplo se muestra en la Figura 1 el efecto de la presencia de *Avena fatua* L. en los cultivos de cebada, trigo y lino.

Sin embargo, el modelo de la Eq. 1 asume que el cultivo y las malas hierbas emergen al mismo tiempo. Se han propuesto diferentes modificaciones al modelo para incluir la diferencia de tiempos de emergencia que existe normalmente entre el cultivo y la mala hierba. O'Donovan et al. (1985) proponen un mo-

Tabla 1. Elementos de las ecuaciones.
Table 1. Equation components.

a	Intercepto — pérdida de cultivo cuando x = 0
A	Pérdida de rendimiento cuando x→∞ (infinito)
b	Pendiente — tasa de decrecimiento
b ₁	Tasa del efecto del tiempo en modelo lineal
b ₂	Tasa de decrecimiento en función del tiempo en modelo hiperbólico
B	Parámetro de curvatura del modelo sigmoidal
d	Parámetro curvatura curvilínea
c ₀	Parámetro competencia intraespecífica del cultivo
c ₁	Parámetro competencia interespecífica maleza 1
c _j	Parámetro competencia interespecífica maleza j
f	Parámetro que indica la relación entre la competencia intraespecífica e interespecífica
g	Efecto competitivo de la mala hierba (simplifica la sintaxis del modelo en Eq. 13)
I	Fracción de pérdida de producción por cada unidad de maleza cuando la x → 0
LA _c	Promedio del área foliar por planta de cultivo

Tabla 1. Elementos de las ecuaciones (continuación).

Table 1. Equation components (continuation).

LA_w	Promedio del área foliar por planta de las malas hierbas
LAI_c	Índice de área foliar del cultivo
LAI_w	Índice de área foliar de la mala hierba
L_w	Índice de área foliar relativo
m	mínimo rendimiento
q	Coeficiente de daño relativo
s_x^2	Varianza de la densidad de malezas
T	Tiempo
TCL	Carga competitiva total
u	Error con dependencia espacial
w	Peso planta cultivo
Y	Rendimiento del cultivo
Y_L	Perdida de rendimiento
Y_{wf}	Rendimiento del cultivo sin malezas
W	Matriz de pesos calculada desde las distancias entre plantas de cultivo
W_c	Propuesta de matriz de pesos calculada desde las distancias entre plantas de cultivo
W_w	Matriz de pesos calculada desde la abundancia de maleza entre plantas de cultivo
x	Densidad/biomasa malezas
X	Vector de densidad/biomasa/cobertura de malezas
$\bar{x}$	Índice de Lloyd
$\bar{x}$	Promedio de la densidad de malezas
x_0	Densidad cultivo
x_1	Densidad maleza 1
x_i	Densidad maleza más competitiva
x_j	Densidad maleza j
α	Parámetro competencia intraespecífica autorregresiva del cultivo
Φ	Velocidad de decrecimiento del rendimiento
δ	Parámetro de la curvatura que indica en qué punto el rendimiento empieza a disminuir
γ	Parámetro indica la pendiente a la cual se acerca a la asíntota inferior
β	Vector de parámetros
ε	error
λ	Parámetro que indica el efecto interespecífico autorregresivo de las malezas
ρ	Parámetro dependencia espacial del error

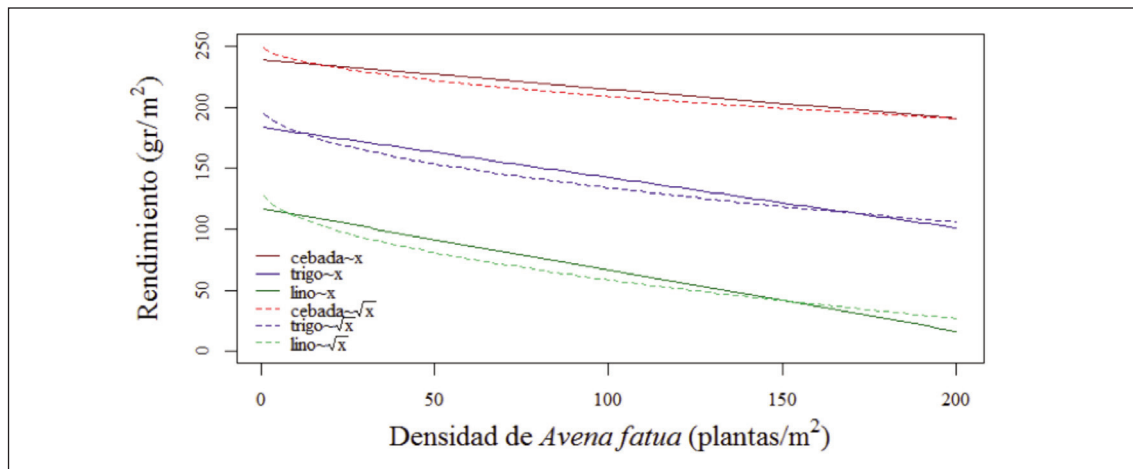


Figura 1. Gráfico de los modelos representados en las Eq. 2 y 3 para los cultivos de cebada, trigo y lino en presencia de *Avena fatua* [basado en Dew (1972)].

Figure 1. Plot of models for barley, wheat and flax from the Eq. 2 y 3.

delo de regresión múltiple que es una extensión de la Eq. 3:

$$Y = a + b\sqrt{x} + b_1T \quad [4]$$

Donde b_1 es un parámetro que indica el efecto de la emergencia de la mala hierbas anterior o posterior a la emergencia del cultivo y T es una variable que refleja alguna medida de tiempo (p.e. días) con valores enteros negativos en caso que la maleza emerge primero, positivos si emerge primero el cultivo y cero si emergen al mismo tiempo (volviendo a la Eq. 3).

Otra de las modificaciones que se han propuesto, es la de incluir el efecto de diferentes especies de malas hierbas, ya que el modelo presentado en la Eq. 1 considera el efecto de una sola especie sobre el cultivo. Diversos autores (Spitters, 1983; Radosevich, 1987) ampliaron el citado modelo usando la ley de rendimiento recíproco para considerar el efecto de la competencia intraespecífica y el efecto de varias especies de malas hierbas:

$$\frac{1}{W} = a + c_0x_0 + c_1x_1 + \dots + c_jx_j \quad [5]$$

En donde w es el peso (gr m^{-2}) de la planta de cultivo, c_0 es el parámetro que indica la

competencia intraespecífica del cultivo, x_0 indica la densidad del cultivo, c_i ($i = 1, \dots, j$) es un parámetro que indica la cantidad de pérdida de peso del cultivo ocasionada por cada especie de mala hierba presente (desde la especie 1 hasta la especie j).

Estos tipos de modelos lineales pueden ser suficientes para algunos problemas agronómicos con bajas densidades de infestación, en las cuales la competencia intraespecífica entre las malas hierbas no es suficientemente fuerte para alterar la linealidad de la respuesta.

Las principales limitaciones de los modelos lineales son que no pueden ser aplicados a altos valores de densidades de malas hierbas porque pueden implicar pérdidas superiores al 100%, ya que no hay una limitación al crecimiento de la recta y que estiman pérdidas de rendimiento en ausencia de malas hierbas ($Y = a$ cuando $x = 0$ en Eq. 1).

Modelos de regresión no lineales

Debido a las limitaciones del modelo lineal para explicar la relación mala hierba-cultivo, se plantearon modelos asintóticos (no lineales) que no permiten exceder el 100% de pér-

didas de rendimiento (Cousens, 1985a). La asíntota representa la existencia de competencia entre las mismas malas hierbas a medida que su densidad aumenta. Los modelos no lineales son actualmente los modelos empíricos más usados para relacionar la pérdida de rendimiento del cultivo con la densidad (o biomasa) de las malas hierbas. La forma funcional no lineal se elige mediante la representación gráfica de los datos obtenidos en los experimentos (González-Andújar *et al.*, 1993). Los modelos hiperbólicos y sigmoidal han emergido como las formas funcionales más utilizadas en la literatura malherbológica.

Modelo hiperbólico

Cousens (1985b) comparó 18 modelos que relacionaban la pérdida de rendimiento del cultivo con la densidad de las malas hierbas y llegó a la conclusión de que el modelo hiperbólico daba una adecuada descripción de la relación competitiva. Cousens (1985a) parte de las cuatro premisas biológicas que deben incluir los modelos de competencia, con lo cual se le puede dar una interpretación biológica a los parámetros:

- Si no hay malas hierbas presentes, no hay reducción del rendimiento.
- Cada individuo de mala hierba tiene un efecto negativo sobre el rendimiento del cultivo. A bajas densidades de malas hierbas estos efectos son aproximadamente aditivos.
- La pérdida de rendimiento no debe ser superior a 100%, es decir, el modelo debe tener una asíntota.
- A medida que la densidad de malas hierbas aumenta, la distancia entre estas disminuye, por lo tanto empiezan a competir entre ellas (competencia intraespecífica) y por consiguiente, el efecto de cada planta de mala hierba sobre el cultivo sea menor a medida que la densidad aumenta.

En base a esas premisas, Cousens (1985b) propone el siguiente modelo hiperbólico (Figura 2):

$$Y_L = \frac{Ix}{1 + \frac{I}{A} x} \quad [6]$$

En este modelo, Y_L representa la fracción de pérdida de rendimiento como consecuencia de la competencia; I es la fracción de pérdida de producción por cada planta de mala hierba cuando $x \rightarrow 0$; A es la pérdida de rendimiento cuando $x \rightarrow \infty$.

La anterior ecuación puede ser expresada en términos del rendimiento del cultivo Y , contemplando la reducción respecto al máximo rendimiento del cultivo sin malas hierbas (Y_{wf} ; ej. kg ha⁻¹) de la siguiente forma (Eq. 7, Figura 3):

$$Y = Y_{wf} \left[1 - \frac{Ix}{100 \left(1 + \frac{I}{A} x \right)} \right] \quad [7]$$

El modelo hiperbólico ha servido como marco de referencia para incluir otros aspectos como los tiempos relativos de germinación del cultivo, el efecto de más de una especie de mala hierba, etc., que han permitido una mejora del mismo.

Una de las mayores limitaciones del modelo es la suposición de que existe una sincronización entre la emergencia del cultivo y la mala hierba. Las malas hierbas que emergen antes que el cultivo producen un mayor daño en el mismo que las que emergen posteriormente. Cousens *et al.* (1987) propusieron una modificación de la Eq. 6 para incluir la desincronización de las emergencias del cultivo y la mala hierba. Para ello modificaron el valor de I de la siguiente forma,

$$I = h e^{-b_2 T} \quad [8]$$

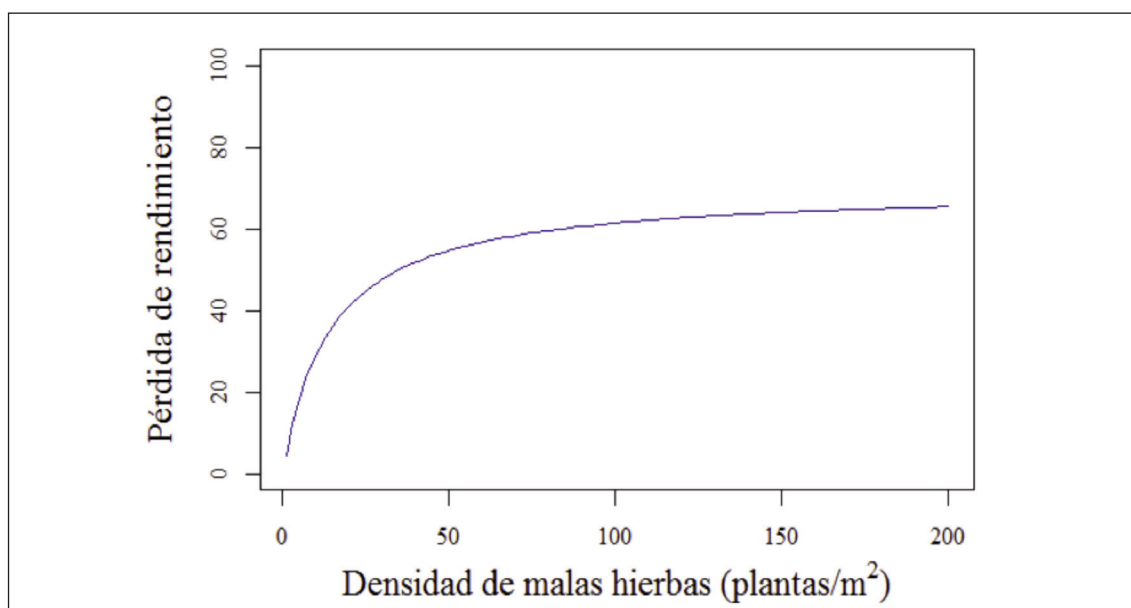


Figura 2. Modelo hiperbólico expresando la pérdida de rendimiento en función de la densidad de malas hierbas.

Figure 2. Hyperbolic model. Yield loss in response to weed density.

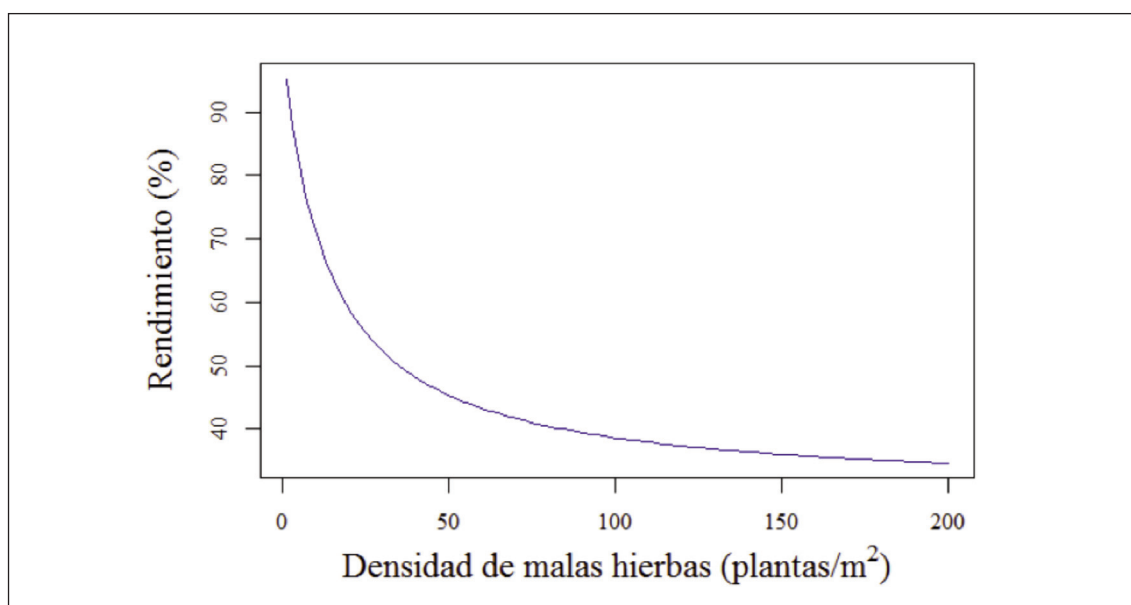


Figura 3. Modelo hiperbólico reflejando el rendimiento del cultivo en función de la densidad de malas hierbas.

Figure 3. Hyperbolic model. Yield in response to weed density.

asumiendo que I declina exponencialmente (e) con el tiempo (días o tiempo termal) (T) y b_2 es la tasa a la que I decrece. Si cultivo y mala hierba tienen sincronizadas sus emergencia ($T = 0$), tenemos que $h = I$ y volvemos a la Eq. 6.

Con este cambio la Eq. 6 queda modificada como:

$$Y_L = \frac{hx}{e^{b_2 T} + \frac{h}{A} x} \quad [9]$$

Un ejemplo de este tipo de modificación se encuentra en Bosnic y Swanton (1997). En este caso los autores modelan el rendimiento del maíz en función de la densidad de *Echinochloa crus-galli* L. (P. Beauv.) pero considerando los grados días acumulados (McMaster y Wilhelm, 1997) entre el momento de emergencia de la mala hierba y el cultivo. Es co-

nocido que la temperatura es, en general, un mejor predictor de la emergencia de las malas hierbas que los días (Gonzalez-Andujar et al., 2016), por ello el uso de grados días acumulados como variable explicativa parece una aproximación razonable.

$$Y = Y_{wrf} \left[1 - \frac{hx}{100 \left(e^{b_2 T} + \frac{h}{A} x \right)} \right] \quad [10]$$

La Figura 4 muestra un ejemplo de la aplicación de la Eq. 10 pero considerando los días de diferencia de la emergencia entre el cultivo de maíz (*Zea mays* L.) y la maleza (*E. crus-galli*) en lugar de grados días.

Un enfoque alternativo para tener en cuenta el intervalo de tiempo entre las emergencias de las malas hierbas y del cultivo es conside-

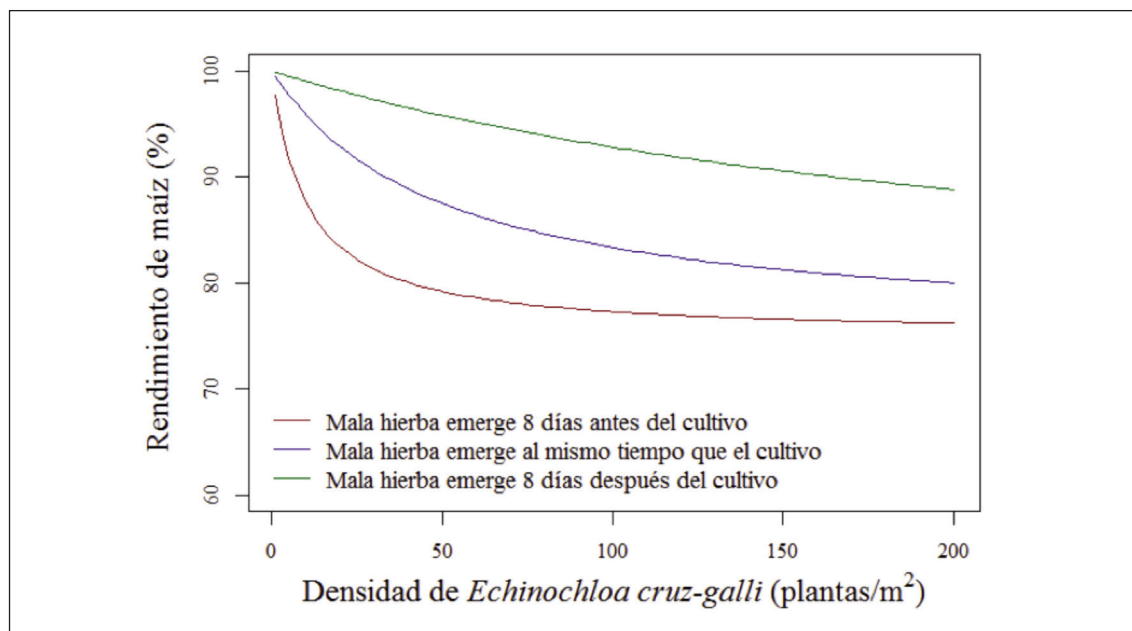


Figura 4. Cambios en el modelo hiperbólico en función de la diferencia del tiempo de emergencia entre malas hierbas y el cultivo de maíz [Modificado de Bosnic y Swanton (1997)].

Figure 4. Differences in the hyperbolic model in function of the different time of emergence between weeds and corn.

rar las diferencias de tamaño que se establece entre la mala hierba y el cultivo, en tiempos relativos de emergencia. En esta aproximación, la densidad de las malas hierbas es ponderada por su área foliar promedio (Kropff y Spitters, 1991).

$$Y_L = \frac{qL_w}{1+(q-1)L_w} \quad [11]$$

donde q es coeficiente de daño relativo definido en la Eq. 13, L_w es el índice de área foliar relativo que se expresa como:

$$L_w = \frac{LAI_w}{LAI_w + LAI_c} \quad [12]$$

donde LAI_w es el índice de área foliar de las malas hierbas y LAI_c es el índice del área foliar del cultivo.

El coeficiente de daño relativo (q) viene expresado por la siguiente ecuación:

$$q = g \frac{LA_c}{LA_w} \quad [13]$$

donde LA_c es el promedio del área foliar por planta de cultivo, LA_w es el promedio del área foliar por planta de las malas hierbas y g es el efecto competitivo de la maleza sobre el cultivo definido como:

$$g = \frac{c_1 x_0}{f + c_0 x_0} \quad [14]$$

siendo f un parámetro que da mayor o menor importancia a la relación entre la competencia intraespecífica del cultivo y la interespecífica con la mala hierba.

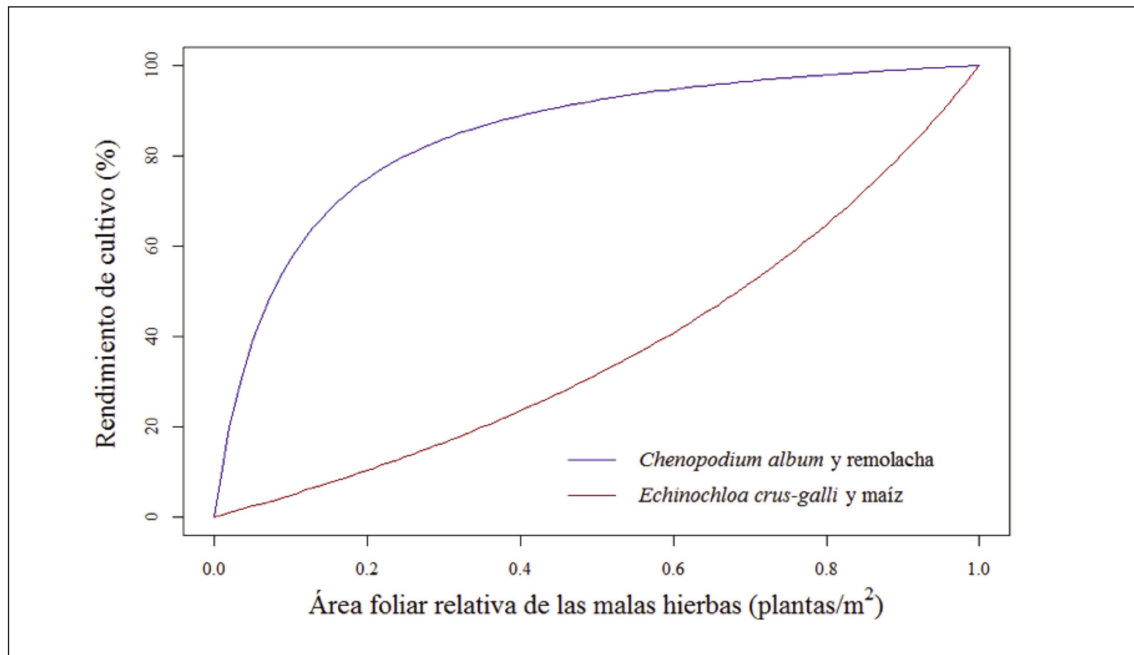


Figura 5. Curvas hiperbólicas usando el área foliar de las malas hierbas para dos escenarios de cultivo y maleza, *C. album* con remolacha y *E. crus-galli* con maíz.

Figure 5. Hyperbolic curves using leaf area of weeds in two weed-crop scenarios, *C. album* with sugar-beet and *E. crus-galli* with corn.

Un ejemplo de este modelo se expone por los mismos autores en el modelado de la competencia entre *Chenopodium album* L. y remolacha azucarera (*Beta vulgaris* L.) con un valor de q de 12 y entre *E. cruz-galli* y maíz con un valor de q de 0,46.

Una mejora del modelo hiperbólico ha sido la inclusión del efecto competitivo de más de una especie de maleza sobre el cultivo. Así, por ejemplo, Gherekhloo et al. (2010), definieron un índice llamado la carga competitiva total (TCL). Modificando la Eq. 5, se obtiene:

$$TCL = x_i + \frac{c_1}{c_i} x_1 + \dots + \frac{c_j}{c_i} x_j \quad [15]$$

donde x_i ($i = 1 \dots j$) es la densidad de la maleza más competitiva, c_i es el parámetro de competencia para la especie de maleza más competitiva.

Posteriormente se incluye el TCL en el modelo hiperbólico de la siguiente forma:

$$Y_L = \frac{I(TCL)}{1 + \frac{I(TCL)}{A}} \quad [16]$$

De esta forma los autores calcularon el TCL en un cultivo de trigo, en donde se encontraron tres especies de malas hierbas: *Avena ludoviciana*, *Convolvulus spp.* y *C. álbum* y modelaron la competencia como se muestra en la figura 6.

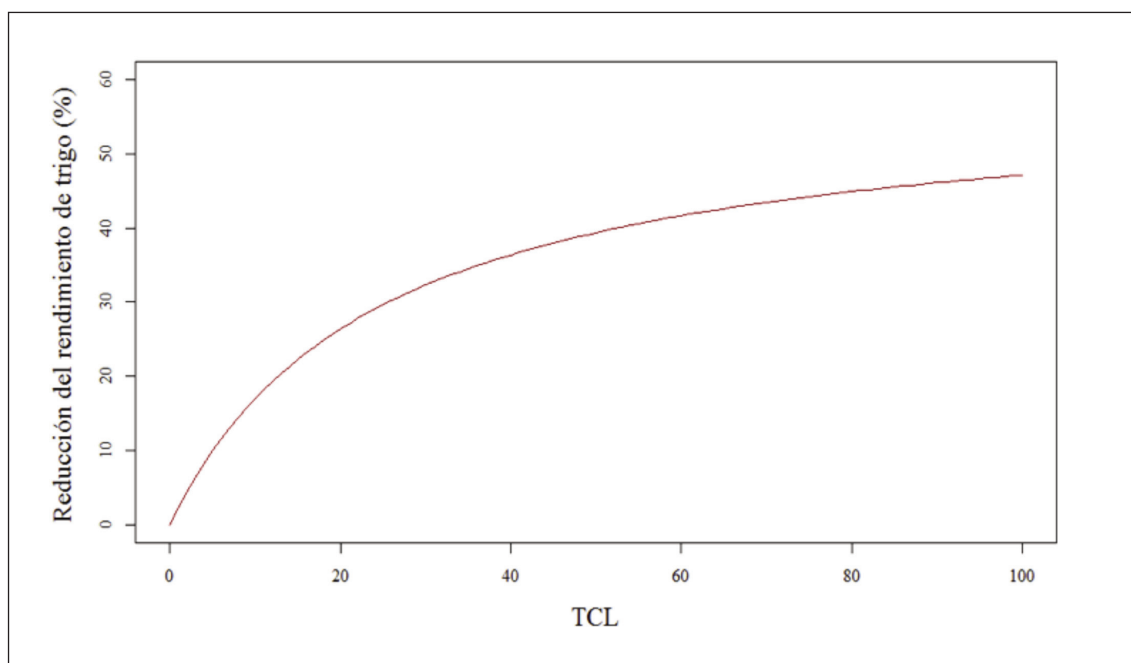


Figura 6. Curva hiperbólica de la relación entre la reducción del rendimiento de trigo y el TCL (carga competitiva total).

Figure 6. Hyperbolic curve of the relation between the yield reduction and the TCL.

Modelo sigmoidal

El modelo sigmoidal implica que a bajas densidades de malas hierbas no existe competencia con el cultivo y que por esta razón hay un "umbral" de densidad de malas hierbas en el cual no habría competencia (Cousens, 1985b; Ngouajio *et al.*, 1999). En este sentido, los modelos hiperbólico y sigmoidal son excluyentes en cuanto a la descripción de la competencia, no solo desde el punto de vista biológico en donde uno sugiere que existe competencia con la presencia de una sola planta de maleza y el otro establece un umbral de bajas densidades donde no existe competencia, sino también porque la forma de la curva es fundamental para la toma de decisiones en el control de las malas hierbas (Swanton *et al.*, 1999).

A continuación, se muestran algunas de las formas que han sido utilizadas del modelo sigmoidal:

$$Y = m + Be^{-\Phi x^2} \quad [17]$$

Donde m , es el rendimiento mínimo, B es un parámetro de curvatura y Φ es la tasa de decrecimiento.

Un ejemplo del uso de este modelo sigmoidal se encuentra en Bridges y Chandler (1987), (Figura 7), en donde se modeliza el rendimiento del algodón en función de la densidad de *Sorghum halepense* (L)Pers.

Otros modelos no lineales

Aunque los dos modelos presentados son los más populares en la literatura, especialmente el hiperbólico, otros modelos no lineales han sido propuestos. Ngouajio *et al.* (1999) presentan un modelo muy flexible que contempla la posibilidad de representar con una sola ecuación modelos hiperbólico o sigmoidal, indistintamente:

$$Y = \frac{I + A \left(\frac{L_w}{(1-L_w)\gamma} \right)^\delta}{1 + \left(\frac{L_w}{(1-L_w)\gamma} \right)^\delta} \quad [18]$$

donde, γ indica la pendiente de la curva y δ es la medida de la curvatura que indica en qué punto el rendimiento empieza a disminuir.

La figura 8 presenta un ejemplo de la flexibilidad de este modelo en el cultivo de maíz. La forma sigmoidal representa una combinación del área foliar relativa conjunta de *E. crus-galli* y *C. album* y la forma hiperbólica representa el área foliar relativa de *C. album*.

Otro modelo que ha sido utilizado es el modelo exponencial, como el presentado por Torner *et al.* (1991).

$$Y = Y_{wt} e^{-\Phi x} \quad [19]$$

A manera de ejemplo (Figura 9) se expone uno de los resultados de Ronchi y Silva (2006), en donde se relaciona la biomasa seca de arbustos de cafeto en función de la densidad de *Bidens pilosa* L.

Modelos de competencia que tienen en cuenta la distribución espacial de las malas hierbas

Las metodologías clásicas de modelado que relacionan la pérdida de rendimiento del cultivo como efecto de la abundancia de malas hierbas, consideran implícitamente que las malas hierbas están distribuidas espacialmente de forma no agregada en el cultivo (Cardina *et al.*, 1997). Sin embargo está ampliamente establecido que las malas hierbas presentan una distribución agregada (Marshall, 1988; González-Andújar y Saavedra, 2003). La no inclusión de la distribución espacial agregada de las malas hierbas en los modelos de competencia puede llevar a una predicción errónea del rendimiento y llevar a tomar decisiones de manejo equivocadas cuando se usan umbrales de acción o modelos bio-económicos (Zanin *et al.*, 1998; González-Andújar *et al.*, 2011).

Auld y Tisdell (1988) han mostrado que a medida que la distribución de las malas hier-

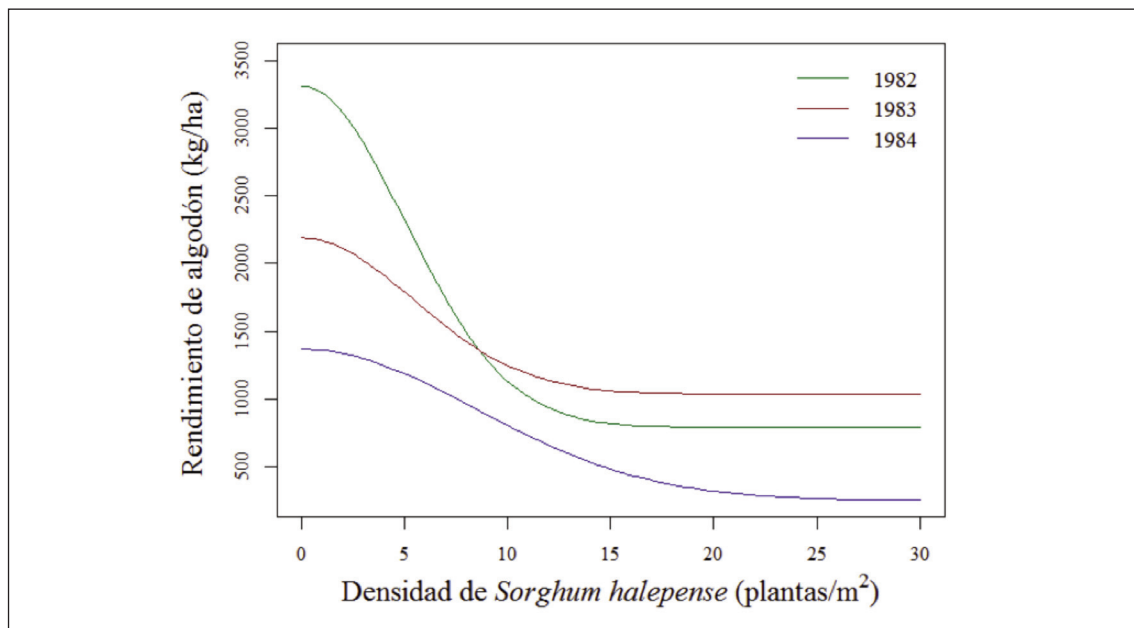


Figura 7. Curvas sigmoidales explicativas de la relación entre la densidad de *Sorghum halepense* y el rendimiento del algodón en diferentes años [Modificado de Bridges y Chandler (1987)].

Figure 7. Sigmoidal curves of the relationship between weed density and crop yield.

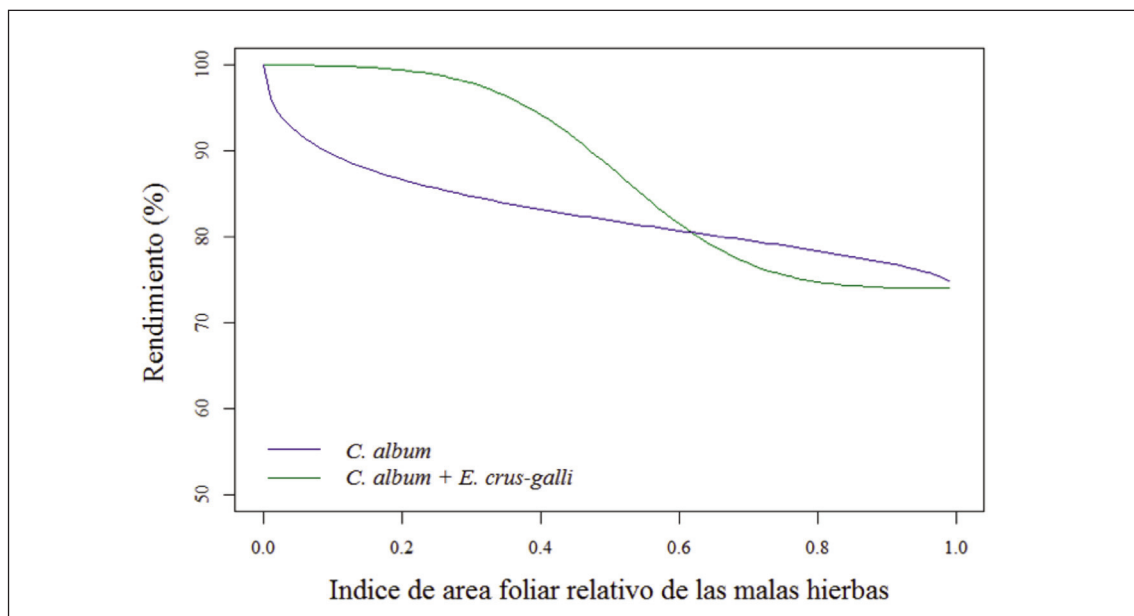


Figura 8. Ejemplo de dos curvas del modelo Eq. 21, una de forma hiperbólica para una especie y otra de forma sigmoideal para dos especies [Modificado de Ngouajio et al. (1999)]

Figure 8. Example of two curves of the model Eq. 21, hyperbolic for one species and sigmoid for two species.

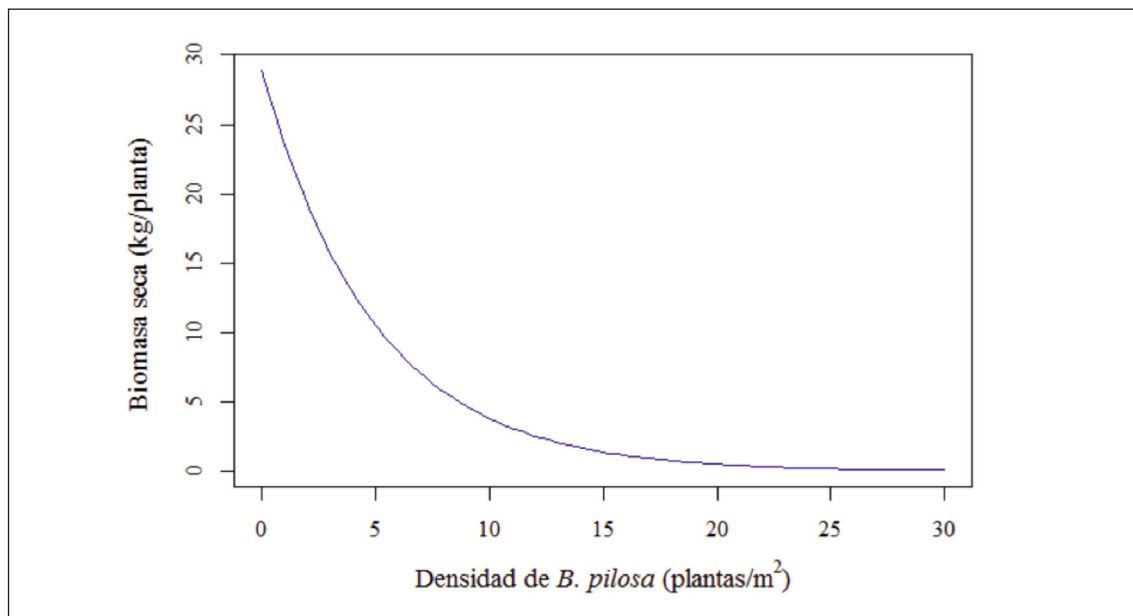


Figura 9. Curva exponencial explicativa de la relación entre la densidad de *B. pilosa* y la biomasa del café [Modificado de Ronchi y Silva (2006)].
 Figure 9. Exponential curve of the relationship between *B. Pilosa* density and coffee tree biomass.

bas se aleja de la uniformidad se sobreestima el daño sobre el cultivo. Norris *et al.* (2001) muestran cómo cambia la forma de la curva hiperbólica dependiendo si las malas hierbas se distribuyen de forma agregada, uniforme o aleatoria. La reducción del rendimiento del cultivo para malas hierbas con distribución espacial agregada es menor que para distribuciones uniforme y aleatoria (Fig. 10).

Se han propuesto modificaciones de los modelos de competencia para tener en cuenta la distribución espacial agregada de las malas hierbas. Algunas de ellas se basan en el uso de índices de dispersión o en índices derivados de distribuciones de frecuencias (González-Andújar y Saavedra, 2003). En este sentido, Hughes (1996), propone usar el índice de Lloyd ($\dot{x}$):

$$\dot{x} = \bar{x} + \frac{s_x^2}{\bar{x}} \quad [20]$$

donde, $\bar{x}$ es el promedio de la densidad de malas hierbas y s_x^2 es su varianza e incluirlo en el modelo hiperbólico (Eq. 6):

$$Y_L = \frac{I\bar{x}}{1 + \frac{I}{A}\dot{x}} \quad [21]$$

Brain y Cousens (1990) utilizan en un cultivo de trigo teniendo como maleza *Bromus sterilis* L. una aproximación similar mediante la inclusión del parámetro k de la distribución Binomial Negativa, que es considerado como una medida de agregación. En el mismo sentido se podría incorporar en el modelo hiperbólico índices de distancia como el índice T-cuadrado (González-Andújar y Navarrete, 1995).

La aproximación contemplada en la Eq. 21 supone la inclusión de la distribución espacial de las malas hierbas implícitamente. Es necesario el desarrollo de modelos que con-

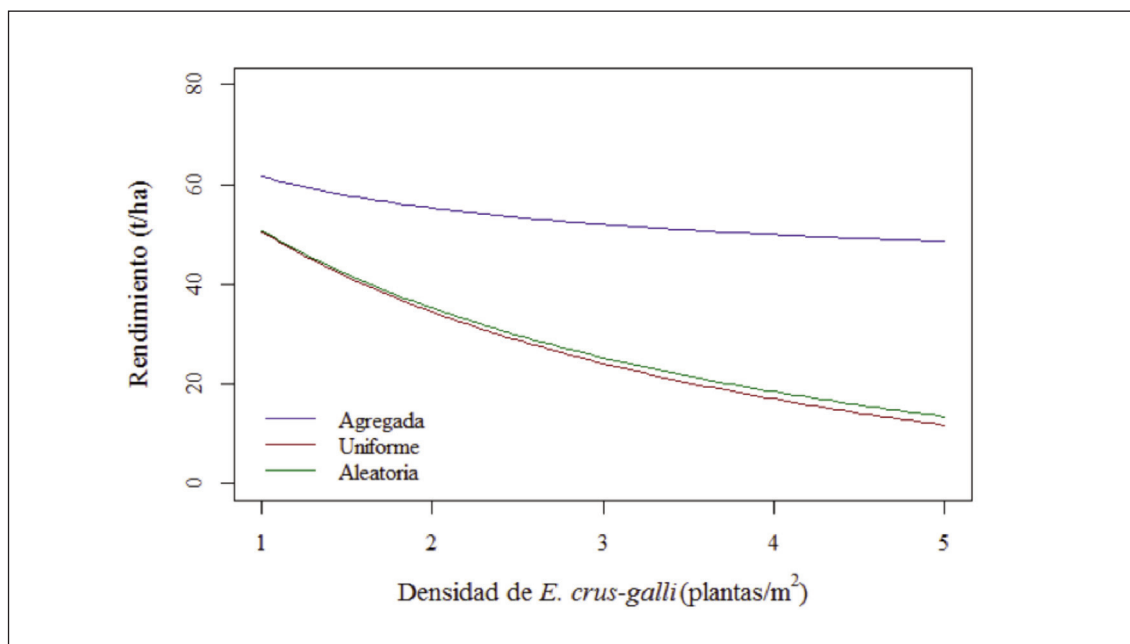


Figura 10. Diferencias de la curva hiperbólica de acuerdo a la distribución espacial de *E. crus-galli*.
Figure 10. Differences in the hyperbolic curve as the aggregation of the weeds are changed.

sideren explícitamente la distribución espacial para una aproximación más precisa a la relación competitiva maleza-cultivo y de esa forma establecer una herramienta útil para el desarrollo de la agricultura de precisión. En este sentido, una aproximación puede ser el desarrollo de modelos econométricos espaciales (Arbia, 2014), los cuales son modelos lineales que, en el contexto de la relación cultivo-malas hierbas, parten del supuesto de la existencia de autocorrelación espacial en el rendimiento de las plantas de cultivo, posiblemente también en la densidad de las malas hierbas y entre los residuos. Adaptados para estimar el rendimiento en función de la cantidad de malas hierbas se puede expresar de la siguiente forma:

$$Y = \beta X + \alpha WY + u \quad [22]$$

$$u = \rho W u + \varepsilon \quad [23]$$

Donde Y es un vector que representa el rendimiento; X es una matriz de variables independientes, que pueden ser medidas de abundancia de las malas hierbas (densidad, biomasa o cobertura) y de otras posibles variables bióticas o abióticas; β son parámetros que indicarían que tan competitiva es una especie. En el segundo término: α es un parámetro que cuantifica la competencia intra-específica del cultivo, evaluado de forma autorregresiva con los rendimientos de las plantas de cultivo, esto se representa con la matriz W que pondera el efecto de cada planta de cultivo sobre sus vecinos de acuerdo a la distancia a la que se encuentran. El término del error u se considera si (Eq. 23) es diferente de cero, esto sucede si los errores tienen dependencia espacial. Si los errores son independientes se considera el error $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$.

Existen cinco posibilidades dentro de este modelo de acuerdo a si las variables o el error

tienen autocorrelación o dependencia espacial, como lo expone Arbia (2014), en donde:

- $\beta = 0$ y alguna de las siguientes: α o $\rho = 0$, se conoce como modelo autorregresivo puro. En donde no habría efecto de las malas hierbas sobre el cultivo, pero sí dependencia espacial del cultivo o del error.
- $\alpha = \rho \neq 0$ se conoce como el modelo de variable independiente rezagada o retardada. En donde no habría dependencia espacial de las plantas de cultivo (competencia intraespecífica), pero sí efecto de las malas hierbas sobre el cultivo (modelo lineal).
- $\alpha = 0, \rho \neq 0$ se conoce como modelo espacial retardado. En donde existe dependencia espacial del rendimiento del cultivo y efecto de las malas hierbas.
- $\alpha \neq 0, \rho = 0$ se conoce como modelo espacial del error. En donde existe efecto de las malas hierbas sobre el cultivo y dependencia espacial de alguna variable no medida (error) pero no del rendimiento.
- $\alpha \neq 0, \rho \neq 0$ se conoce como modelo completo. En donde hay efecto de las malas hierbas y existe dependencia espacial tanto del rendimiento del cultivo como del error.

Este modelo al contemplar la dependencia espacial de las plantas de cultivo, puede describir con más precisión la relación entre densidad de malas hierbas y el rendimiento que los modelos lineales, pero también, dentro de los posibles desarrollos de este tipo de modelos existe la posibilidad de crear y ajustar una matriz de pesos perteneciente a las malas hierbas, por lo cual se tendrían que construir dos matrices W : una para el cultivo W_c y otra para las malas hierbas W_w .

La matriz W_w representa la cantidad de malas hierbas (densidad, biomasa o cobertura) que existe entre cada planta de cultivo y cada una de sus vecinas. Por lo que intrínsecamente también contempla las distancias entre estas y por lo tanto su distribución espacial.

Encontrar la relación entre la matriz del cultivo y la matriz de malas hierbas o ajustar un modelo usando ambas podría aportar al entendimiento de la relación entre la abundancia de las malas hierbas y el rendimiento del cultivo, teniendo en cuenta la dependencia espacial del rendimiento, de las malas hierbas y su distribución espacial.

De acuerdo con lo anterior, se proponen dos modelos:

$$Y = \beta X + \alpha W_c Y + \lambda W_w Y + u \quad [24]$$

o

$$Y = \beta X + \alpha (W_c \cdot W_w) Y + u \quad [25]$$

En estos casos, βX se puede eliminar o se pueden incluir variables diferentes a las malas hierbas (bióticas o abióticas), incluso términos de efectos fijos como los bloques y repeticiones de un ensayo (Shukla y Subrahmanyam, 1999), y λ es un parámetro que indica el efecto interespecífico autorregresivo de las malas hierbas.

El desarrollo de este tipo de modelos requiere una gran cantidad de datos que son costosos de obtener, pero los avances en detección remota y nuevas técnicas estadísticas espaciales pueden facilitar la toma de los mismos y reducir los costes sustancialmente.

Conclusiones

Un aspecto clave de la Malherbología es el establecimiento del daño que van a producir las malas hierbas en los cultivos. Los modelos empíricos han sido una de las herramientas que más se han utilizado para predecir la reducción del rendimiento de los cultivos y han sido piezas importantes en los sistemas de ayuda a la decisión. Los modelos lineales fueron los primeros desarrollados pero pusieron de manifiesto importantes limitaciones para ser utilizados como modelos explicativos

de la relación mala hierba-cultivo. Los modelos no lineales presentan una mejor explicación de dicha relación sobre todo a media y altas densidades de infestación. En las últimas décadas el modelo hiperbólico ha emergido como el más popular, debido a que presenta un buen balance entre capacidad explicativa y simplicidad, además ha sido modificado para corregir las limitaciones que presentaba en su versión inicial como la diferencia en el tiempo de emergencia del cultivo y las malas hierbas. El auge de la agricultura de precisión ha vuelto a poner énfasis en la necesidad de conocer la distribución espacial de las malas hierbas y la necesidad de desarrollo de modelos espaciales de relación malas hierbas-cultivo que permitan establecer nuevas herramientas de ayuda a la toma de decisiones.

Agradecimientos

A la Facultad de Ciencias Agrarias, la Universidad Nacional de Colombia, Colciencias y el programa de becas para doctorados nacionales 647, por el apoyo económico para la realización de la estancia doctoral.

Al Dr. Enrique Darghan por la fundamentación en el uso agrícola de los modelos econométricos espaciales.

Referencias bibliográficas

- Arbia G (2014). A primer for spatial econometrics with applications in R. Palgrave Macmillan, London, England. 230 pp. <https://doi.org/10.1057/9781137317940>
- Auld BA, Tisdell CA (1988). Influence of spatial distribution of weeds on crop yield loss. *Plant Protection Quarterly* 3(2): 81.
- Bosnic AC, Swanton CJ (1997). Influence of barnyardgrass (*Echinochloa crus-galli*) time of emergence and density on corn (*Zea mays*). *Weed Science* 45(2): 276-282.
- Brain P, Cousens R (1990). The effect of weed distribution on predictions of yield loss. *Journal of Applied Ecology* 27(2): 735-742. <https://doi.org/10.2307/2404315>
- Bridges DC, Chandler JM (1987). Influence of johnsongrass (*Sorghum halepense*) density and period of competition on cotton yield. *Weed Science* 35: 63-67.
- Cardina J, Johnson GA, Sparrow DH (1997). The nature and consequence of weed spatial distribution. *Weed Science* 45(3): 364-373.
- Clements FE, Weaver JE, Hanson HC (1929). Plant competition: an analysis of community function. Carnegie Institution of Washington, Washington D.C., EEUU. 340 pp.
- Cousens R (1985a). A simple model relating yield loss to weed density. *Annals of Applied Biology* 107(2): 239-252. <https://doi.org/10.1111/j.1744-7348.1985.tb01567.x>
- Cousens R (1985b). An empirical model relating crop yield to weed and crop density and a statistical comparison with other models. *The Journal of Agricultural Science* 105(3): 513-521. <https://doi.org/10.1017/S0021859600059396>
- Cousens R, Brain P, O'Donovan JT, O'Sullivan PA (1987). The use of biologically realistic equations to describe the effects of weed density and relative time of emergence on crop yield. *Weed Science* 35(5): 720-725.
- Deen W, Cousens R, Warringa J, Bastiaans L, Carberry P, Rebel K, Riha S, Murphy C, Benjamin LR, Cloughley C, Cussans J, Forcella F, Hunt T, Jamieson P, Lindquist J, Wang E (2003). An evaluation of four crop: Weed competition models using a common data set. *Weed Research* 43(2): 116-129. <https://doi.org/10.1046/j.1365-3180.2003.00323.x>
- Dew DA (1972). An index of competition for estimating crop loss due to weeds. *Canadian Journal of Plant Science* 52: 921-927. <https://doi.org/10.4141/cjps72-159>
- Gherekhloo J, Noroozi S, Mazaheri D, Ghanbari A, Ghannadha MR, Vidal RA, De Prado R (2010). Multispecies weed competition and their economic threshold on the wheat crop. *Planta Daninha* 28(2): 239-246. <http://dx.doi.org/10.1590/S0100-83582010000200002>

- Gomez KA, Gomez AA (1984). Statistical procedures for agricultural research. 2nd. Ed. John Wiley & Sons, Inc, EEUU. 680 pp.
- González-Andújar JL, Fernández-Quintanilla C, Torner C (1993). Competencia entre la avena loca (*Avena sterilis* L) y el trigo de invierno: comparación de modelos empíricos. Investigación Agraria: Producción y Protección Vegetales 8(3): 425-430.
- González-Andújar JL, Navarrete L (1995). Aplicación del índice de distancias t-cuadrado al estudio de la distribución espacial de las malas hierbas. Investigación Agraria Producción y Protección Vegetales 10(2): 295-299.
- González-Andújar JL, Saavedra M (2003). Spatial distribution of annual grass weed populations in winter cereals. Crop Protection 22(4): 629-633. [https://doi.org/10.1016/S0261-2194\(02\)00247-8](https://doi.org/10.1016/S0261-2194(02)00247-8)
- González-Andújar JL, Fernández-Quintanilla C, Bastida F, Calvo R, Izquierdo J, Lezaun JA (2011). Assessment of a decision support system for chemical control of annual ryegrass (*Lolium rigidum*) in winter cereals. Weed Research 51(3): 304-309. <https://doi.org/10.1111/j.1365-3180.2011.00842.x>
- González-Andújar JL, Chantre GR, Morvillo C, Blanco AM, Forcella F (2016). Predicting field weed emergence with empirical models and soft computing techniques. Weed Research 56(6): 415-423. <https://doi.org/10.1111/wre.12223>
- González-Díaz L, Blanco-Moreno JM, González-Andújar JL (2015). Spatially explicit bioeconomic model for weed management in cereals: validation and evaluation of management strategies. Journal of Applied Ecology 52(1): 240-249. <https://doi.org/10.1111/1365-2664.12359>
- Holst N, Rasmussen IA, Bastiaans L (2007). Field weed population dynamics : a review of model approaches and applications. Weed Research 47: 1-14. <https://doi.org/10.1111/j.1365-3180.2007.00534.x>
- Hughes G (1996). Incorporating spatial pattern of harmful organisms into crop loss models. Crop Protection 15(5): 407-421. [https://doi.org/10.1016/0261-2194\(96\)00003-8](https://doi.org/10.1016/0261-2194(96)00003-8)
- Kropff MJ, Spitters CJT (1991). A simple model of crop loss by weed competition from early observations on relative leaf area of the weeds. Weed Research 31: 97-105. <https://doi.org/10.1111/j.1365-3180.1991.tb01748.x>
- Kropff MJ, van Laar HH (1993). Modelling crop-weed interactions. CAB International Wallingford, UK. 304 pp.
- Labrada R, Caseley JC, Parker C (1996). Manejo de Malezas para Países en Desarrollo. Estudio FAO Producción y Protección vegetal 120. Organización de las Naciones Unidas para la Agricultura y la Alimentación, Roma, Italia. 379 pp.
- Marshall E (1988). Field-scale estimates of grass weed populations in arable land. Weed Research 28(3): 191-198. <https://doi.org/10.1111/j.1365-3180.1988.tb01606.x>
- McMaster GS, Wilhelm WW (1997). Growing degree-days: one equation, two interpretation. Agricultural and Forest Meteorology 87: 291-300. [https://doi.org/10.1016/S0168-1923\(97\)00027-0](https://doi.org/10.1016/S0168-1923(97)00027-0)
- Ngouajio M, Leroux G, Lemieux C (1999). A flexible sigmoidal model relating crop yield to weed relative leaf cover and its comparison with nested models. Weed Research 39(4): 329-343. <https://doi.org/10.1046/j.1365-3180.1999.00150.x>
- Norris RF, Elmore CL, Rejmánek M, Akey WC (2001). Spatial arrangement, density, and competition between barnyardgrass and tomato: I. Crop growth and yield. Weed Science 49(1): 61-68.
- O'Donovan JT, de St. Remy EA, O'Sullivan PA, Dew DA, Sharma AK (1985). Influence of the relative time of emergence of wild oat (*Avena fatua*) on yield loss of barley (*Hordeum vulgare*) and wheat (*Triticum aestivum*). Weed Science 33: 498-503.
- Oerke EC (2006). Crop losses to pests. The Journal of Agricultural Science 144: 31-43. <https://doi.org/10.1017/S0021859605005708>
- Radosevich SR (1987). Methods to study interactions among crops and weeds. Weed Technology 1: 190-198. <https://doi.org/10.1017/S0890037X00029523>

- Radosevich SR, Holt JS, Ghera CM (2007). Ecology of weeds and invasive plants: Relationship to agriculture and natural resource management. 3rd Ed. John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey, EEUU. 472 pp.
- Rejmánek M, Robinson GR, Rejmánková E (1989). Weed-crop competition: experimental designs and models for data analysis. *Weed Science* 37(2): 276-284.
- Renton M, Chauhan BS (2017). Modelling crop-weed competition: Why, what, how and what lies ahead? *Crop Protection* 95: 101-108. <https://doi.org/10.1016/j.cropro.2016.09.003>
- Ronchi CP, Silva AA (2006). Effects of weed species competition on the growth of young coffee plants. *Planta Daninha* 24(3): 415-423. <https://doi.org/10.1590/S0100-83582006000300001>
- Shukla G, Subrahmanyam GS (1999). A Note on an exact test and confidence interval for competition and overlap effects. *Biometrics* 55: 273-276. <https://doi.org/10.1111/j.0006-341X.1999.00273.x>
- Spitters CJT (1983). An alternative approach to the analysis of mixed cropping experiments. I. Estimation of competition effects. *Netherland Journal of Agricultural Science* 31: 1-11.
- Swanton CJ, Weaver S, Cowan P, Van Acker R, Deen W, Shreshta A (1999). Weed thresholds: theory and applicability. *Journal of Crop Production* 2(1): 9-29.
- Swanton CJ, Nkoa R, Blackshaw RE (2015). Experimental methods for crop-weed competition studies. *Weed Science* 63(SP1): 2-11. <https://doi.org/10.1614/WS-D-13-00062.1>
- Torner C, González-Andújar JL, Fernández-Quintanilla C (1991). Wild oat (*Avena sterilis* L) competition with winter barley: plant density effects. *Weed Research* 31(5): 301-307. <https://doi.org/10.1111/j.1365-3180.1991.tb01770.x>
- Torra J, Cirujeda A, Recasens J, Taberner A, Powles SB (2010). PIM (Poppy Integrated Management): a bio-economic decision support model for the management of *Papaver rhoeas* in rain-fed cropping systems. *Weed Research* 50(2): 127-139. <https://doi.org/10.1111/j.1365-3180.2010.00761.x>
- Zanin G, Berti A, Riello L (1998). Incorporation of weed spatial variability into the weed control decision-making process. *Weed Research* 38(2): 107-118. <https://doi.org/10.1046/j.1365-3180.1998.00074.x>
- Zimdahl RL (2004). *Weed-Crop Competition. A Review (Second Edi)*. Blackwell Publishing. 220 pp. <https://doi.org/10.1002/9780470290224>
- Zimdahl RL (2007). *Fundamentals of weed science*. 3rd. Ed. Elsevier. [https://doi.org/10.1016/0378-4290\(95\)90065-9](https://doi.org/10.1016/0378-4290(95)90065-9)

(Aceptado para publicación el 20 de marzo de 2019)